

# Trimestralización y Mensualización de la serie del PIB departamental y total de BOLIVIA\*

Luis E. Gonzales Carrasco  
*lwgonzal@uc.cl*

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE  
CENTRO DE ESTUDIOS POPULI

6 de octubre de 2009

## Resumen

El documento presenta un ejercicio de trimestralización y mensualización de las series del producto interno bruto total y departamental de Bolivia obteniendo valiosa información inédita en cuentas nacionales disponible para el trabajo en modelos de predicción de corto y mediano plazo para la estimación, cuantificación y planificación de política económica en Bolivia. La serie útil para la trimestralización del *PIB departamental* es el PIB a nivel nacional en base a precios de 1990. Para el periodo Q1:1980 - Q4:1990 tomando la información recopilada por la Unidad de Análisis de Política Social y Económica UDAPE con base al año 1980. De igual manera, para el periodo Q1:1990-Q4:2006 se ha utilizado la serie presentada por el Instituto Nacional de Estadística INE

Para la mensualización del producto interno bruto total se propone como serie de referencia las series de consumo de energía de las industrias medianas siguiendo el comportamiento del producto y presentando una tendencia de largo plazo consistente con la tendencia de la serie objetivo.

## 1. Introducción

Uno de los principales problemas para la obtención de mayores grados de libertad para la estimación de modelos econométricos es contar con series macroeconómicas con alta frecuencia permitiendo la inclusión de variables dependientes de control que posibiliten un mayor ajuste a las relaciones estocásticas de las variables económicas.

De igual manera, la dificultad en la obtención de series económicas de alta frecuencia motiva a buscar metodologías de estimación de frecuencias con mayor periodicidad. La necesidad de realizar un estudio comparativo de los distintos métodos de trimestralización y mensualización surge debido a no encontrar claramente especificadas las ventajas e inconvenientes, o cuando utilizar un determinado método como los propuestos por Lisman y Sandee (1964), Zani (1970), Boot, Feibes y Lisman (1967), Medias móviles ajustadas, Denton (1971) y Stram y Wei (1986)

---

\*Este trabajo no representa la opinión de la Universidad Católica de Chile ni de POPULI y es de responsabilidad entera del autor

Wei y Stram (1990).

Como se expuso en el párrafo anterior existen diversas metodologías de trimestralización y mensualización de series temporales. Sin embargo, es de particular interés detallar la metodología de Denton para la mensualización y la trimestralización del producto interno bruto en Bolivia.

Este documento metodológico esta dividido en cuatro partes. La segunda parte del documento detalla la metodología del algoritmo de mensualización y trimestralización “Denton”. La tercera parte muestra el procedimiento de estimación y algunos resultados obtenidos con las series del producto interno bruto para Bolivia y finalmente se plantean algunas consideraciones como forma de conclusiones.

## 2. Metodología

En esta sección se desarrollará paso a paso la metodología propuesta por Denton (1971) considerando posteriormente el empleo de la misma para la estimación de la serie del PIB en frecuencias mensuales y trimestrales en Bolivia.

Asumiendo que el periodo anual se divide en  $k$  periodos intra-anales y que además estos  $k$  periodos deben ser necesariamente enteros, vale decir que no se cuenta periodos relativos al interior del año.

Considerando que la serie de interés cubre un periodo de  $m$  años y cuanta con  $n = mk$  valores, sus componentes son representados en un vector  $z = \{z_1, z_2, z_3, \dots, z_n\}$ . Por otro lado, se asume que existe una serie  $m$  con totales anuales que se la representa como  $y = \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_m\}$ .

El problema planteado trata de ajustar el vector  $z$  de la forma más reducida para obtener un vector  $x = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_m\}$  por un método que *a)* minimice la distorsión de la serie original en alguna medida y *b)* cumpla la condición aditiva de los  $k$  periodos interanuales que iguala a la observación anual total.

Para tal efecto, Denton(1971) especifica la siguiente función de penalidad  $p(x, z)$  y plantea la elección de  $x$  minimizando  $p(x, z)$  como se muestra:

$$\sum_{(T-1)k+1}^{Tk} x_t = y_T \quad T = 1, 2, 3, \dots, m \quad (1)$$

La función de penalidad es representada por  $(x-z)'A(x-z)$  que expresa la diferencia cuadrática entre la serie original y la serie ajustada.  $A$  es una matriz no singular simétrica de dimensión  $n \times n$ .

Se considera la minimización del problema con esta ecuación de penalidad propuesta en el Lagrangiano:

$$L = (x - z)'A(x - z) - 2\lambda'(y - B'x) \quad (2)$$

Donde  $\lambda$  es un vector  $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_m\}$  con la matriz  $B$  definida como:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} j & 0 & \dots & 0 \\ 0 & j & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & j \end{pmatrix}$$

En la matriz  $j$  representa una columna  $k$ -dimensional cuyos elementos son representados por la unidad o ceros; la dimensión de  $B$  esta definida como  $nxn$ .

La solución de penalización y minimización es obtenida a partir de la derivación de  $L$  en (2) con respecto a  $x$  y  $\lambda$  igualándolas a cero para posteriormente resolver el sistema. Asimismo, el vector de discrepancia entre  $y$  y  $z$  es expresado como  $r = y - B'z$  simplificando la solución con:

$$\begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A & 0 \\ B' & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ r \end{bmatrix} \quad (3)$$

En (3) la matriz  $I$  es la matriz identidad  $m \times m$  y  $0$  es la matriz nula de  $m \times m$ . Resolviendo se tiene que  $x = z + Cr$  donde:

$$C = A^{-1}B(B'A^{-1}B)^{-1} \quad (4)$$

Donde se evidencia que los valores ajustados  $x$  son iguales a los valores originales  $z$  ajustados por una combinación lineal de las discrepancias de los totales anuales. Logrando de esta manera resolver el problema planteado al encontrar un vector que minimiza la discrepancia entre la serie objetivo y referencia.

### 3. Estimación de series con alta frecuencia

Para la estimación de series con mayor frecuencia empleando el algoritmo de “Denton” es necesaria la identificación de una serie de referencia que cumpla con la significancia económica, tenga la periodicidad que se pretende estimar y esté altamente correlacionada con la variable a “dentonizar”.

Por tanto, el proceso generador de datos es comprendido como:

$$X_t = F(S, C, T, I) \quad (5)$$

Donde  $X_y$  es definida como una serie que tiene una periodicidad  $Y$  anual a su vez cuenta con un proceso generador de datos compuesto por componentes no observables definidos como  $\{S, C, T, I\}$  componente estacional, cíclico, tendencial e irregular respectivamente.

De igual manera, se espera la identificación de una serie referencia definida:

*Para una trimestralización*

$$X_q = F(S_q, C_q, T_q, I_q) \quad (6)$$

Alternativamente *para la mensualización*

$$X_m = F(S_m, C_m, T_m, I_m) \quad (7)$$

Cumpliendo las siguientes condiciones

$$F(X_y) = \sum_{j=1}^4 F(X_{Qj}) \quad (8)$$

$$F(X_y) = \sum_{i=1}^{12} F(X_{Mi}) \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^4 F(X_{Qi}) = \sum_{i=1}^{12} F(X_{Mi}) \quad (10)$$

Para  $j = 1 : 4$  e  $i = 1 : 12$ . Definiendo las series de referencia trimestral  $X_q$  y mensual  $X_m$  con las condiciones de agregación expresadas en (8), (9) y (10) que permiten cumplir con los requerimientos iniciales de significancia económica, comportamiento correlacionado y periodicidad objetivo. Es importante mencionar que las series deben cumplir los requerimientos básicos en el tratamiento de series de tiempo, como la distinción según la naturaleza de la variable entre variables flujo o stock, además de contemplar los aspectos de comparación intertemporal que exigen la determinación de un año base como punto de comparación.

El considerar solo una serie temporal de referencia es una limitante importante del algoritmo propuesto, es muy probable que el comportamiento de una serie con frecuencia anual este en función de varias series con frecuencias mensuales o trimestrales. Por tanto, al omitirlas se incurre en errores de identificación y especificación en el proceso generador de datos.

### 3.1. Trimestralización del PIB departamental

Tomando en cuenta los requerimientos para la estimación de series con mayor frecuencia se presenta a continuación la estimación de las series trimestralizadas del Producto Interno Bruto (PIB) departamental de Bolivia para el periodo Marzo de 1980 a Diciembre de 2006 como una

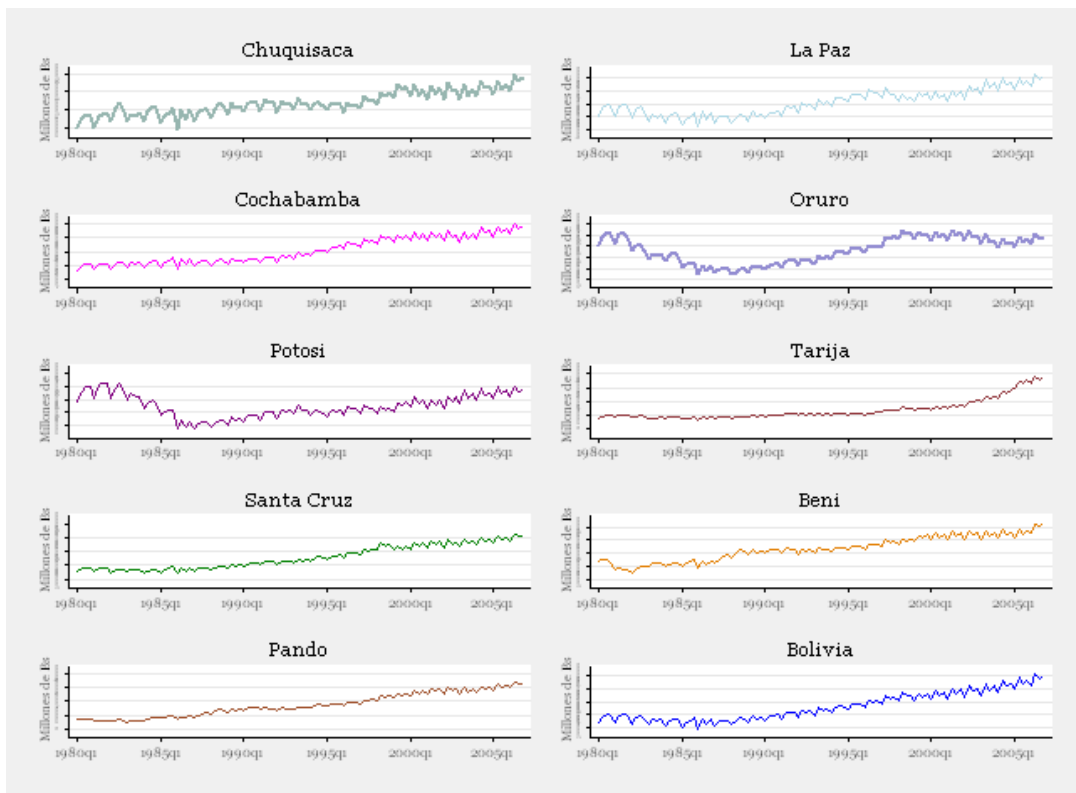


Figura 1: Trimestralización del PIB Departamental de Bolivia 1980q1 - 2006q4

aplicación del algoritmo de Denton.

Para la estimación del PIB departamental con frecuencia trimestral se ha construido como serie de referencia el PIB a nivel nacional en base a precios de 1990. Para el periodo Q1:1980 - Q4:1990 tomado la información recopilada por UDAPE (1991) con base al año 1980. De igual manera, para el periodo Q1:1990 - Q4:2006 la serie presentada por el INE (2007) expresada términos de 1990.

El empalme de las dos series en distintas bases fue realizada con las tasa de crecimiento a precios constantes tomando como base final el año 1990. El periodo donde se sobreponen ambas series es Q1:1990 - Q4:1990 hecho que permite la interpolación entre ambas series para el cambio de año base.

Una vez construida la serie de referencia, se procede a uniformizar la base del producto de los 9 departamentos en forma anual eligiendo de igual manera el año 1990 como año base. Finalmente, aplicado el algoritmo de Denton se procede a la constatación de las condiciones aditivas expuestas en las ecuaciones (8), (9) y (10).

### **3.2. Mensualización del PIB Total**

Para el proceso de mensualización del PIB una de las primeras preguntas a resolver es la identificación de la serie de referencia que permita obtener el comportamiento tendencial que explique de mejor manera el comportamiento del PIB. En este ejercicio se proponen seis series de referencia como alternativas para la mensualización del PIB estas son: 1) el Índice de Volumen de Construcción, 2) Consumo de Energía de la Pequeña Industria, 3) el Consumo de Energía de la Mediana Industria, 4) Consumo de Energía de la Industria del Cemento, 5) la Producción de Cemento y 6) el Índice Global de Actividad Económica.

La selección de las series referencia para el caso de mensualización del PIB se la realizó evaluando el nivel de correlacionamiento en periodos trimestrales con el producto interno bruto, considerando su significancia estadística cuando presentan correlacionamientos mayores al 50 % como se aprecia en el gráfico 3.

Por otro lado, la selección de las series se basó en el comportamiento cíclico de las series, eligiendo las que presenten un patrón cíclico más parecido a la serie objetivo a mensualizar. De la misma forma, se optó por evaluar el componente tendencial de las series posibles como referencia para elegir las como referencia y de esta manera satisfacer a las proposiciones expresadas en (8), (9) y (10).

Consistentemente con la teoría económica, la relación entre el volumen de construcciones o inversión en capital es un determinante que explica las fluctuaciones del producto. De igual manera, la correlación entre el consumo de energía eléctrica de la industria pequeña, mediana y gran industria reflejada en el consumo de energía de las cementeras promedia 93,43 %. Finalmente el índice propuesto para la medición global e la actividad económica tiene una correlación perfecta siendo el de mayor preferencia como serie de referencia.

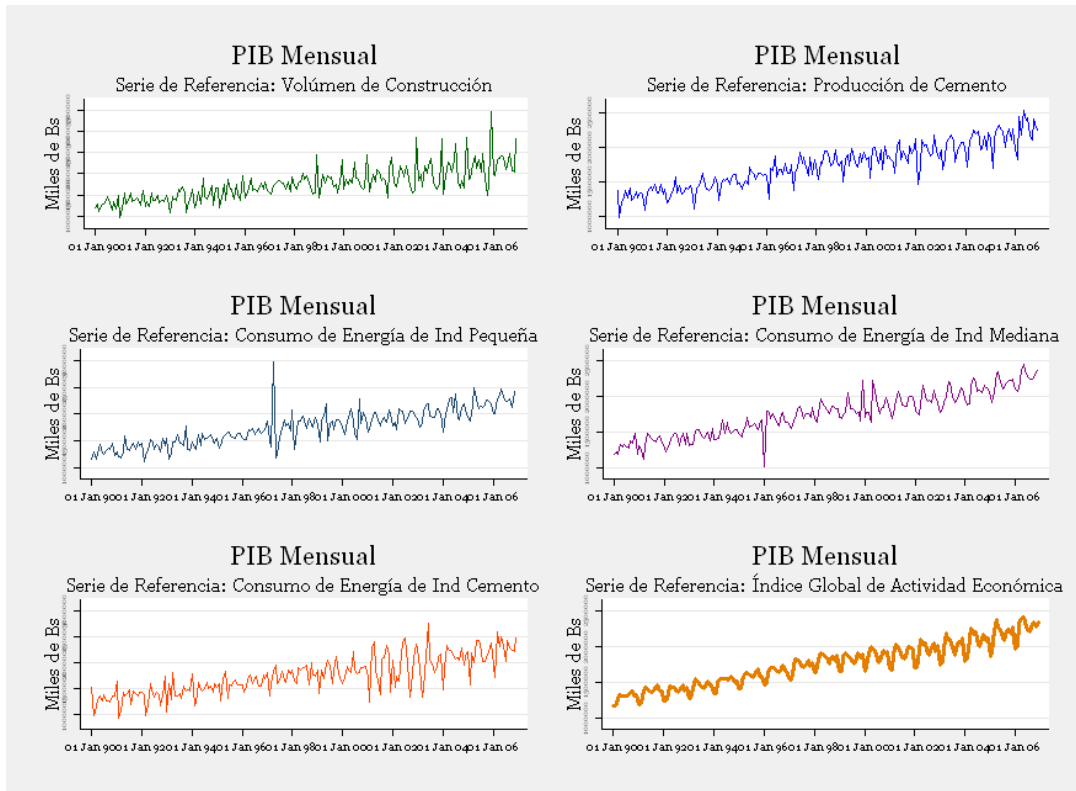


Figura 2: Mensualización del PIB de Bolivia Enero 1990 - Diciembre 2006

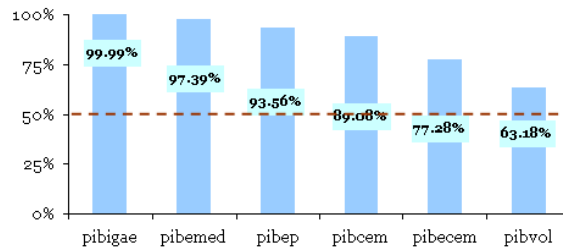


Figura 3: Coeficientes de correlación de las alternativas de series de referencia

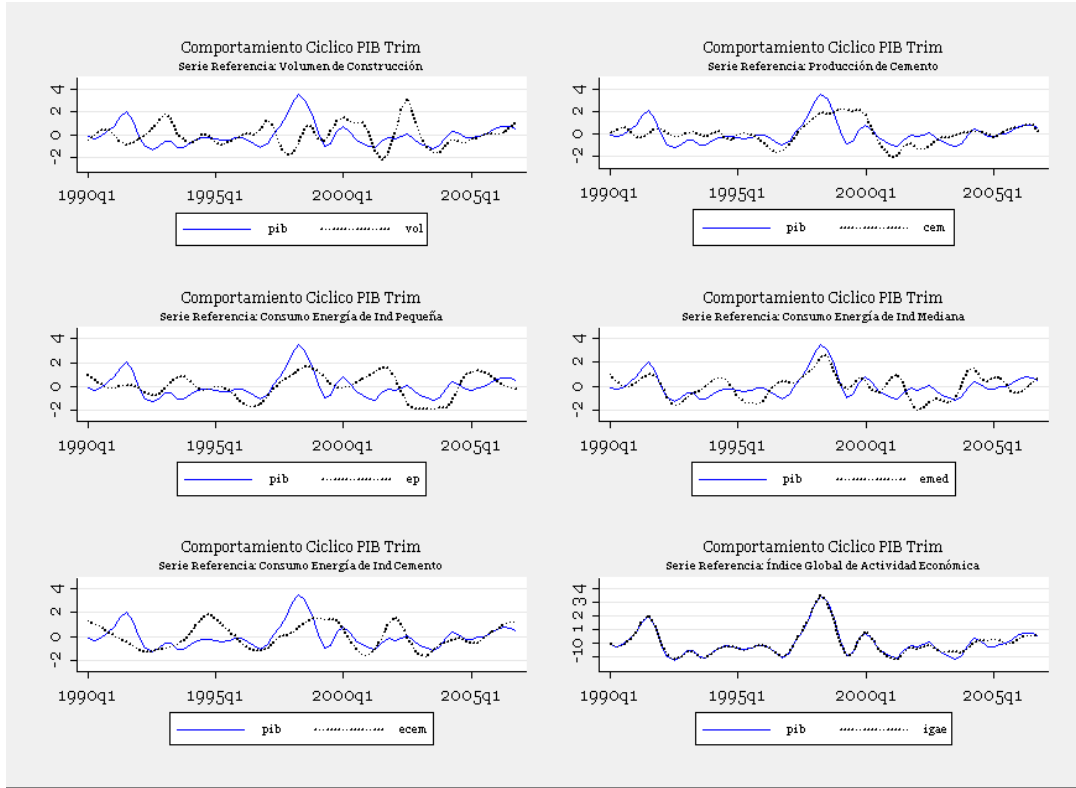


Figura 4: Comportamiento cíclico de las series de referencia con respecto al PIB en frecuencia trimestral

El análisis de la relación del componente cíclico entre las series ha sido desarrollado descomponiendo las series en sus componentes no observados mediante la metodología de TRAMO-SEATS, obteniendo de esta manera el ciclo-tendencia de cada serie por medio de la aplicación del filtro propuesto por Hodrick, R. y Prescott, E. (1997).

Como se mencionó en la primera parte la aplicación del algoritmo de Denton requiere de una serie referencia que pueda explicar en cierta medida las fluctuaciones de la serie objetivo en periodos de mayor frecuencia esperando que en el acumulado anual o en su defecto, como es el caso, trimestral obtener los mismos totales.

La importancia de determinar la tendencia con la que se estimará la serie objetivo marca la consistencia con la observación de la serie en niveles.

Los gráficos 4 y 5 muestran la relación de los componentes cíclico y tendencial de las series de referencia. Como en primera instancia mediante el análisis de coeficientes de correlación se determina la estrecha relación del índice global de actividad económica y el PIB, hecho que sugiere la elección de la serie como referencia para la mensualización del producto. Sin embargo, alternativamente se observa que las series de consumo de energía de las industrias medianas sigue el comportamiento del producto y presenta una tendencia de largo plazo consistente con la tendencia de la serie objetivo.

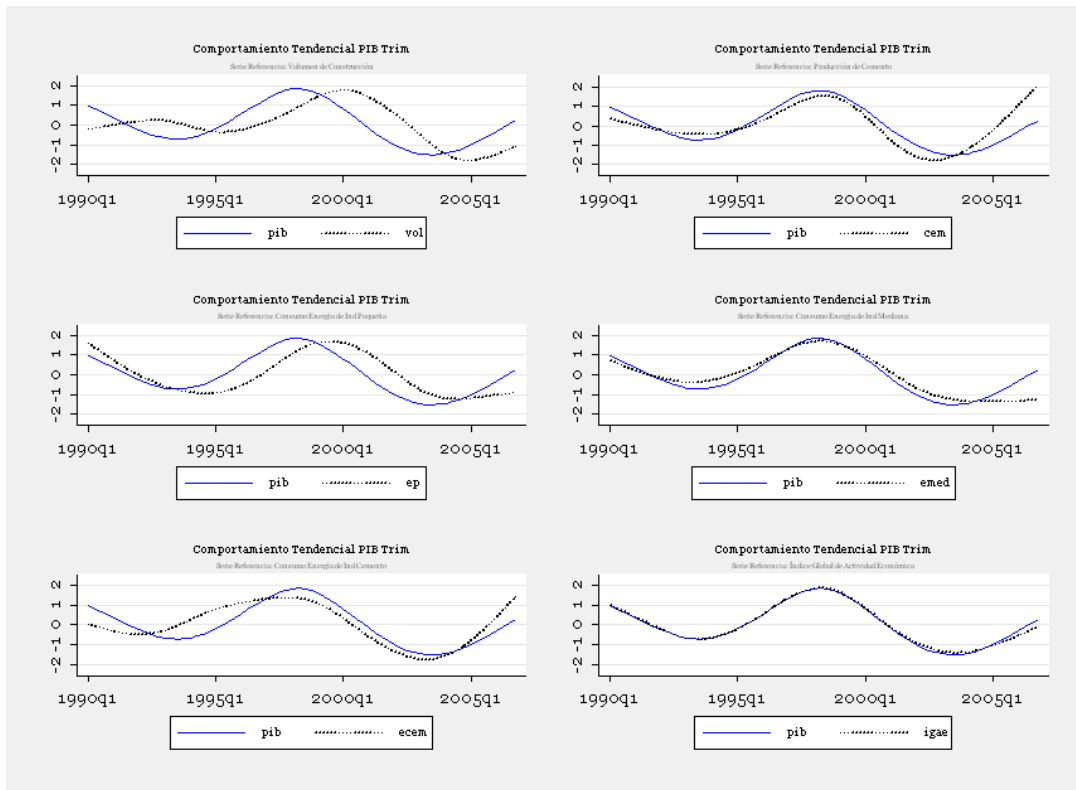


Figura 5: Comportamiento tendencial de las series de referencia con respecto al PIB en frecuencia trimestral

## 4. Conclusiones

Este ejercicio de trimestralización y mensualización de las series del producto interno bruto total y de departamentos de Bolivia presenta valiosa información inédita en cuentas nacionales disponible para el trabajo en modelos de predicción de corto y mediano plazo para la estimación, cuantificación y planificación de política económica en Bolivia.

En el trabajo se ha logrado la estimación de las series dando cumplimiento a los requerimientos de aditividad de las series originales y de las estimadas por lo que son datos valederos en función a las actualizaciones que haga la autoridad estadística de Bolivia.

Finalmente, es importante resaltar que el seguimiento a series alternativas como el índice de actividad global de la economía boliviana es vital para la toma de decisiones en cuanto a la planificación de política económica teniendo de esta manera un conjunto de series económicas que sirvan de referencia para la estimación de series de alta frecuencia.

## Referencias

- [1] Denton F. 1971 *Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals: An Approach Based on Quadratic Minimization*, Journal of the American Statistical Association, Vol. 66, No. 333.
- [2] Lisman, J. H. C. and Sandee, J. 1964 *Derivation of Quarterly Figures from Annual Data*, Applied Statistics, 13, No. 2.
- [3] Boot, J. C. G., Feibes, W, and Lisman, J. H. C. 1967 *Further Methods of Derivation of Quarterly Figures from Annual Data*, Applied Statistics, 16, No. 1.
- [4] Friedman, Milton 1962 *The Interpolation of Time Series by Related Series*, Journal of the American Statistical Association, 57.
- [5] Zani. 1970 *Sui criteri di calcolo dei valori trimestrali di tendenza degli aggregate della contabilità nazionale*, Studi e Ricerche, Facoltà di Economia e Commercio, Università degli Studi di Parma, vol: VII, pp:287-349.
- [6] Stram y Wei 1986 *A methodological note on the disaggregation of time series totals*, Journal of Time Series Analysis, n°: 7.
- [7] Wei y Stram 1990 *Disaggregation of time series models*, Journal of the Royal Statistical Society. Series B., n°: 3, vol: 52.
- [8] UDAPE. *Varios Volumenes Dossier de Estadísticas Sociales y Económicas*, Unidad de Políticas Sociales y Económicas [www.udape.gov.bo](http://www.udape.gov.bo).
- [9] INE. *Varios Volumenes Anuario Estadístico*, Instituto Nacional de Estadística de Bolivia [www.ine.gov.bo](http://www.ine.gov.bo).